Bruit en électronique: Analyse temporelle et fréquentielle

Analog ICs

Adil KOUKAB

EPFL

Outline 1

- Généralités sur le bruit
- Analyse Temporelle
  - Etude statistique et loi de distribution d'amplitude
  - Puissance moyenne et tension efficace (RMS)
  - Sources multiple de bruit (corrélées et non-corrélées)
- Analyse Fréquentielle
  - Densité spectrale de puissance (DSP)
- Bruit à travers un système linéaire à fonction de transfert $H(j\omega)$:
  - Propagation et façonnement du bruit par $H(j\omega)$
- Etude de cas: filtre passe-bas d'ordre n

Généralités sur le bruit

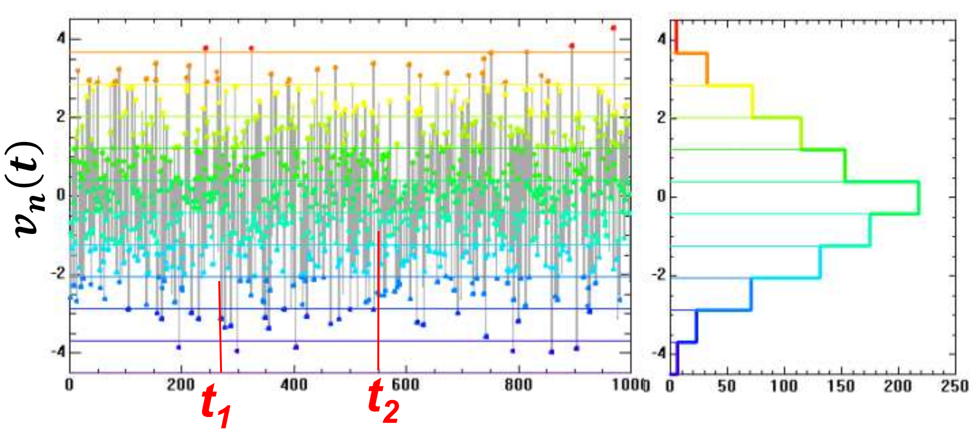
- Un signal est toujours affecté de petites fluctuations aléatoires plus ou moins importantes qu'on appelle bruit.
- Origines diverses :
  - Bruit inhérent aux composants électroniques: agitation thermique des e^-, défauts cristallins, états d'interface, ions qui piègent et libèrent les électrons aléatoirement …
  - Bruit externe: couplage électromagnétique, lumière …
- Limite la **sensibilité** d'un système élec. (signal min. détectable)
  - C'est le niveau du bruit par rapport au signal utile qui importe c.à.d. le paramètre « rapport signal sur bruit ou SNR ».

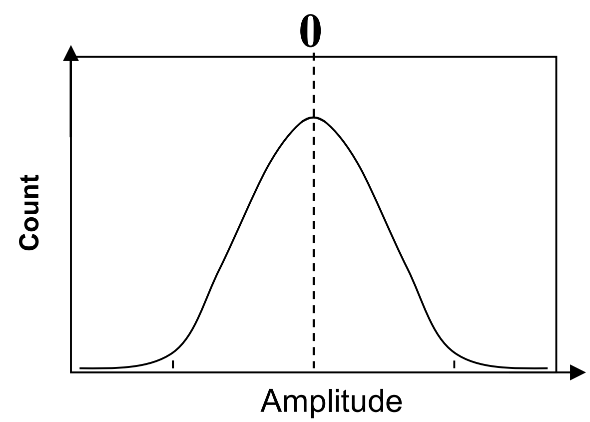
Analyse Temporelle

- Complication: Bruit est un signal aléatoire (pas de formule analytique)

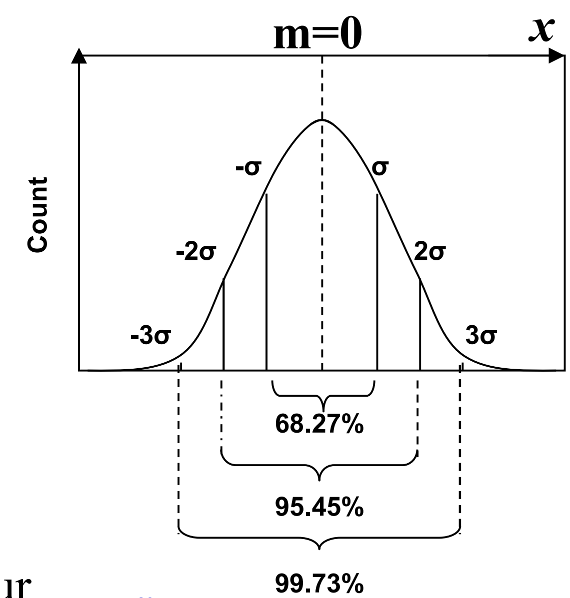
→ Solution: Analyse statistique

- Si on observe le bruit sur une **longue période**, nous pourrons construire **la distribution d'amplitudes** (courbe de probabilité), indiquant combien de fois chaque valeur est atteinte.





Loi de distribution d'amplitude



- **The central limit theorem** stipule que puisque le bruit en électronique découle d'un grand nombre de phénomènes aléatoires il sera décrit par la loi normale (Gaussienne) dont l'allure et la formule sont les suivantes:

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \frac{-(x-m)^2}{2\sigma^2}$$

- Avec **σ, l'écart type,** qui caractérise la dispersion des valeurs échantillonnés autour de la moyenne **m (ici 0).**

- **P(x)** est une **densité de probabilité** c.à.d que la probabilité pour que l'amplitude du bruit soit comprise entre x_1 et x_2 est donnée par: $\int_{x_1}^{x_2} P(x)dx$

→ Comment calculer σ?

- On peut **démontrer numériquement** que la probabilité pour que l'amplitude du bruit soit comprise entre: **[-σ, +σ]** is **68.27%**, and **[-3σ et +3σ] is 99.73%.**

6σ est souvent considérée comme le «worse case » du bruit crête-à-crête du bruit

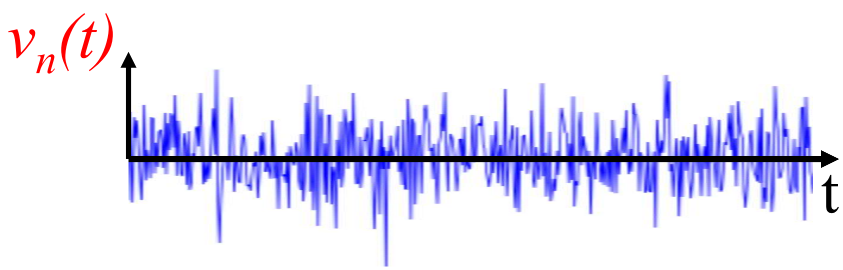
Ecart type et puissance de bruit

L'écart type σ qui caractérise la dispersion des valeurs échantillonnées autour de la moyenne **m** (ici m= $\overline{v_n(t)}$ =0) est donné par:

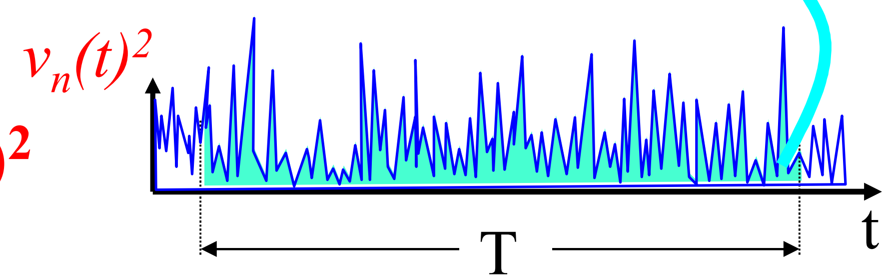
$$\sigma_n = \sqrt{\overline{(v_n(t)-m)^2}} = \sqrt{\overline{\left(v_n(t)\right)^2}} = \sqrt{\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} v_n(t)^2 dt}$$

$\boldsymbol{\sigma_n = \sqrt{\overline{v_n{}^2}}} \equiv$ **tension efficace du bruit en tension (RMS). [V]**

$\boldsymbol{\overline{v_n{}^2} = \sigma_n{}^2} \equiv$ **Puissance du bruit (normalized for R = 1 Ω). [V²]**



( )²



Cas de plusieurs sources de bruit

- Dans le cas de deux sources v_{n1} and v_{n2}, la puissance moyenne résultante est:

$$\overline{(v_{n1}+v_{n2})^2} = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\left(v_{n1}(t)+v_{n2}(t)\right)^2 dt$$

$$= \overline{v_{n1}^{\;2}} + \overline{v_{n2}^{\;2}} \quad + \quad \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} 2v_{n1}(t)v_{n2}(t)dt$$

- L'intégral résiduel est appelé terme de corrélation.
- Ce terme → 0 si **les sources ne sont pas corrélées (indépendantes)**
- **Dans les circuits les sources sont souvent non-corrélées.** (Ex: le bruit généré par une résistance n'est pas corrélé avec celui d'un transistor).
- On peut donc écrire $\overline{\left(v_{n1,2}\right)^2} = \overline{v_{n1}^{\;2}} + \overline{v_{n2}^{\;2}}$

→ La superposition est valable pour les puissances si les sources sont non-corrélées.

Outline 1

- Généralités sur le bruit
- Analyse Temporelle
  - Etude statistique et loi de distribution d'amplitude
  - Puissance moyenne et tension efficace
  - Sources corrélées et non-corrélées
- Analyse Fréquentielle
  - Densité spectrale de puissance (DSP)
- Bruit et fonction de transfert d'un système linéaire
- Etude de cas: filtre passe-bas d'ordre n

Analyse fréquentielle

Remarque: Le concept de la puissance moyenne $\overline{v_n{}^2}$ **quantifie** le bruit et donne des caractéristiques statistiques de son amplitude *(Ex. 6σ is the worse case for pick to pick amplitude of v_n)*

Cependant, il **ne nous renseigne pas sur sa composition fréquentielle.**

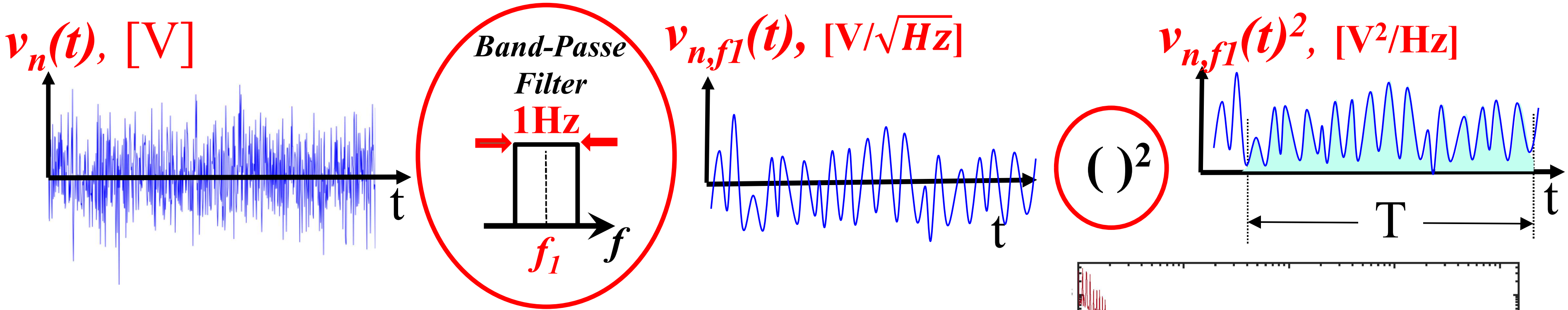
➢ **Or la décomposition fréquentielle du bruit (DSP: densité spectrale du bruit) est fondamentale en électronique**

- **ex: l'amplification et le filtrage varient en fonction de la fréquence**

➢ **DSP ≡ la puissance du transportée par le signal à chaque fréquence.**

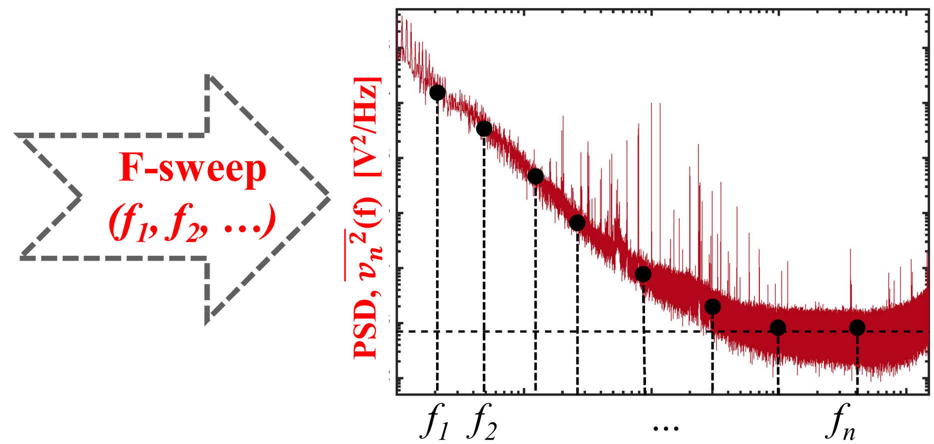
Densité spectrale de puissance DSP

- La décomposition fréquentielle du bruit $v_n(t)$ qui aboutit à la puissance moyenne par Hz (ou **DSP**) $\overline{v_n{}^2}(f)$ [W/Hz] est réalisée comme suit:



$$\overline{v_n{}^2}(f_1) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} v_{n,f1}(t)^2\,dt$$

[V²/Hz]



➢ La puissance totale de bruit en [V²] is: $\overline{v_n{}^2} = \int_0^\infty \overline{v_n{}^2}(f)\,df = \sigma_n{}^2$

Exemple: DSP d'un AO LF356

e_n	Equivalent Input Noise Voltage	$R_S = 100\ \Omega$	f = 100 Hz	LFx55	25	nV/√Hz
				LFx56, LF356B	15	
				LFx57	15	
			f = 1000 Hz	LFx55	20	nV/√Hz
				LFx56, LF356B	12	
				LFx57	12	

$$\equiv \sqrt{DSP} = \sqrt{\overline{v_n{}^2}(f)}$$

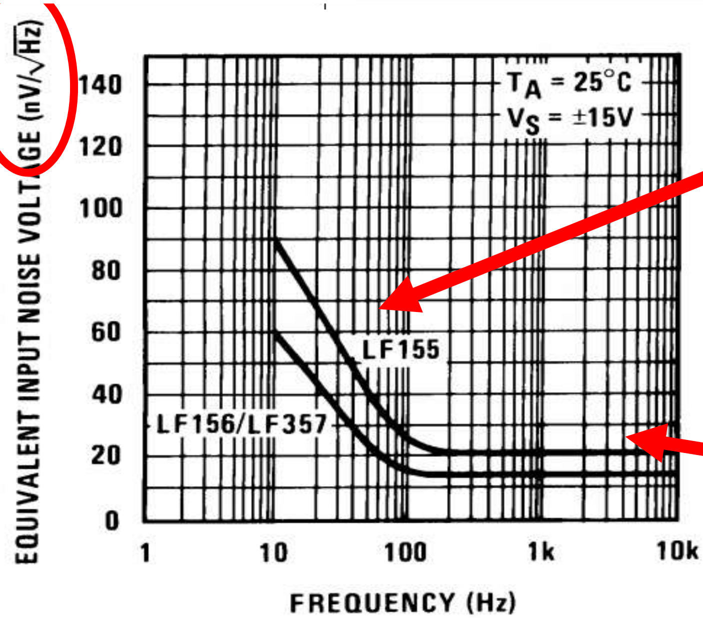


Figure 32. Equivalent Input Noise Voltage

Deux types de bruit:

Bruit 1/f (flicker): dû au piégeage et dé-piégeage des porteurs par les défauts dans les composants.

Bruit blanc (thermique): indépendant de la fréquence due à l'agitation thermique.

Outline 1

- Généralités sur le bruit
- Analyse Temporelle
  - Etude statistique et loi de distribution d'amplitude
  - Puissance moyenne et tension efficace (RMS)
  - Sources multiple de bruit (corrélées et non-corrélées)
- Analyse Fréquentielle
  - Densité spectrale de puissance (DSP)
- Bruit à travers un système linéaire à fonction de transfert H(jω):
  - Propagation et façonnement du bruit par H(jω)
- Etude de cas: filtre passe-bas d'ordre n

Noise Amplification and Filtering

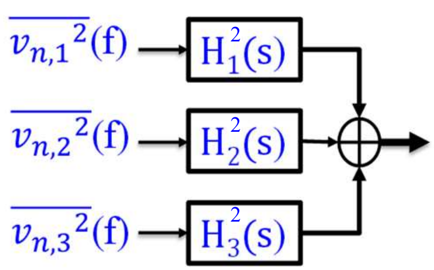
- Noise shaping Theorem: Une DSP $\overline{v_{n,i}{}^2}(\mathrm{f})$ [V²/Hz] à l'entrée d'un system linéaire dont la fonction de transfert et H(f), donne à la sortie une PSD $\overline{v_{n,o}{}^2}(\mathrm{f})$ donnée par:

$$\overline{v_{n,o}{}^2}(\mathrm{f}) = \overline{v_{n,i}{}^2}(\mathrm{f})\,|H(f)|^2 \text{ [V}^2\text{/Hz].}$$

- Et une puissance totale à la sortie:

$$\overline{v_{n,o}{}^2} = \int_0^\infty \overline{v_{n,i}{}^2}(\mathrm{f})\,|H(f)|^2\, df \quad [\mathrm{V}^2]$$

- Dans le cas de sources multiples



$$\overline{v_{n,o}{}^2}(\mathrm{f}) = \sum_{j=1}^{3} \overline{v_{n,j}{}^2}(\mathrm{f})\,|H_j(f)|^2$$

Rapport signal sur bruit (SNR)

- Rapport signal sur bruit SNR: mesure le niveau du signal utile par rapport au niveau du bruit, en d'autre termes le SNR est le rapport de la puissance du signal sur la puissance du bruit:

$$SNR_{dB} = 20\log\left(\frac{v_{s,RMS}}{v_{n,RMS}}\right) = 10\log\left(\frac{\overline{{v_s}^2}}{\overline{{v_n}^2}}\right)$$

- Pourquoi le SNR est important?:
  - Quelques fois l'optimisation du bruit est contre-productive dans le sens où elle dégrade le signal utile

→ Optimiser le SNR est plus efficace.

Outline 1

- Généralités sur le bruit
- Analyse Temporelle
  - Etude statistique et loi de distribution d'amplitude
  - Puissance moyenne et tension efficace (RMS)
  - Sources multiple de bruit (corrélées et non-corrélées)
- Analyse Fréquentielle
  - Densité spectrale de puissance (DSP)
- Bruit à travers un système linéaire à fonction de transfert H(jω):
  - Propagation et façonnement du bruit par H(jω)
- Etude de cas: filtre passe-bas d'ordre n

Exemple 1: filtre passe-bas d'ordre 1

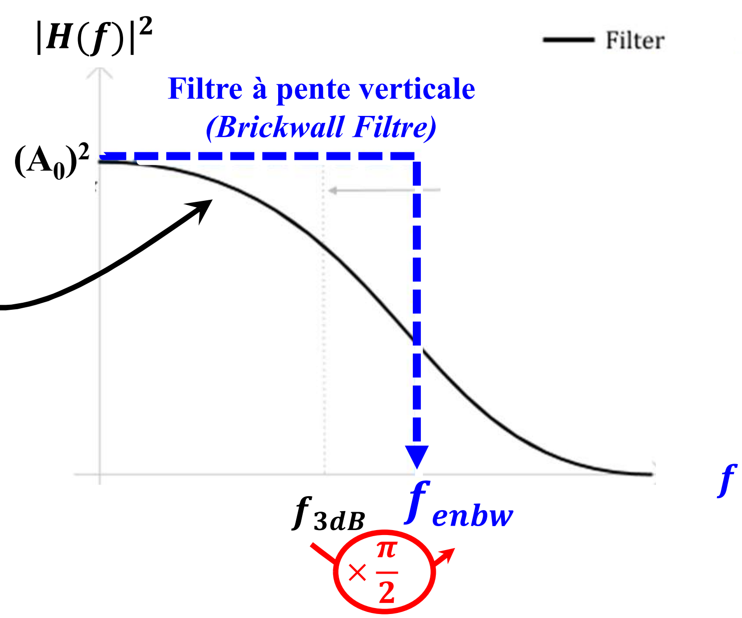
- Example: cas d'un bruit blanc ($\overline{v_{n,i}{}^2}(\mathrm{f}) = B = cst\ [V^2/Hz]$) à l'entrée d'un filtre passe-bas d'ordre 1 et de pôle $f_p = f_{3dB}$.

Q: Estimer la puissance du bruit à la sortie $\overline{v_{n,o}{}^2}$ [V²] et sa valeur crête-à-crête maximale $v_{n,p\text{-}p,max}$ [V].

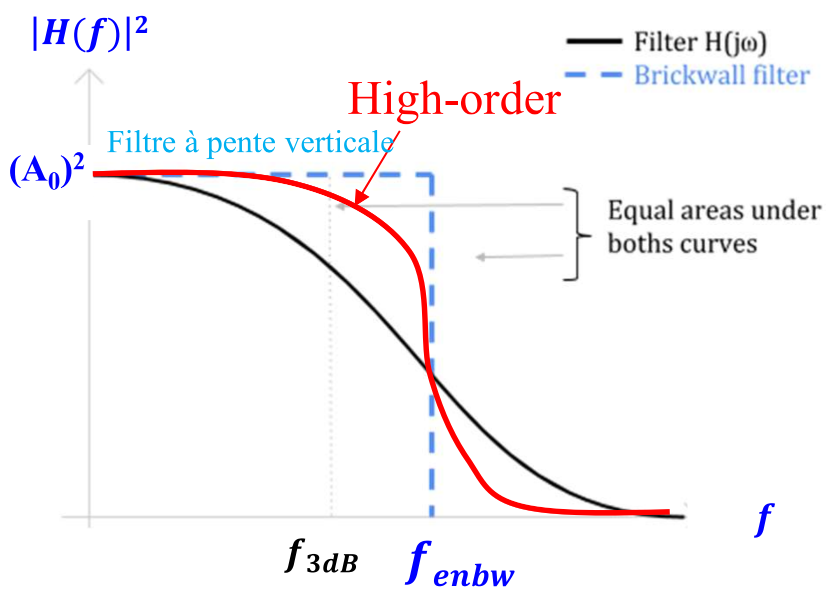
Note: $\mathrm{H}(f) = \frac{A_0}{1+\frac{jf}{fc}}$ and $\int \frac{dx}{1+x^2} = Arctgx + c$

$$\overline{v_{n,o}{}^2} = N \int_0^\infty \underbrace{\frac{A_0{}^2}{1+\left(\frac{f}{f_{3dB}}\right)^2}} df = \mathrm{N}.\boldsymbol{A_0}^2 \boldsymbol{f_{3dB}} \left[Arctg\ x\right]_0^\infty = \mathrm{N}\ \boldsymbol{A_0}^2 \underbrace{\boldsymbol{f_{3dB}} \frac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{2}}}_{\boldsymbol{f_{ENBW}}}$$

Equivalent Noise Bandwidth



ENBW "*Equivalent noise Bandwidth*" pour filtre d'ordre n



$$H(f) = \frac{A_0}{\left(1 + j\frac{f}{f_c}\right)^n}$$

Filter Order n	f_{enbw}/f_{3dB}
1	$\pi/2 = 1.57$
2	1.22
3	1.15
4	1.13

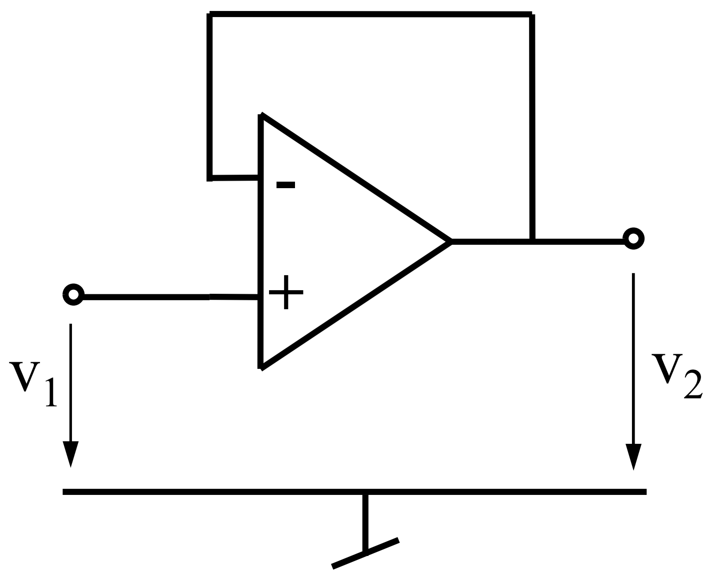
$$\boxed{\overline{v_{n,o}^{\ 2}} = \underbrace{B}_{\text{Bruit blanc [V2/Hz]}}.A_0^{\ 2}\, f_{enbw} = \sigma^2}$$

Plus l'ordre du filtre augmente, plus son atténuation devient raide et approche donc celle du "Filtre à pente vertical"

$$\rightarrow \frac{f_{ENBW}}{f_{3dB}} \xrightarrow[n\nearrow]{} 1$$

Exemple 2:

- Considérer un OpAmp d'un GBW = 2 MHz et d'une DSP de bruit représentée ci-dessous.
- Q: Estimer le bruit ne sortie $\overline{v_{n,o}^2}$ [V^2] and $\boldsymbol{v_{n,pp,max}}$ [V] dans le cas d'une utilisation en suiveur.
- **<u>Rq:</u> bruit 1/f sera négligé par simplification**



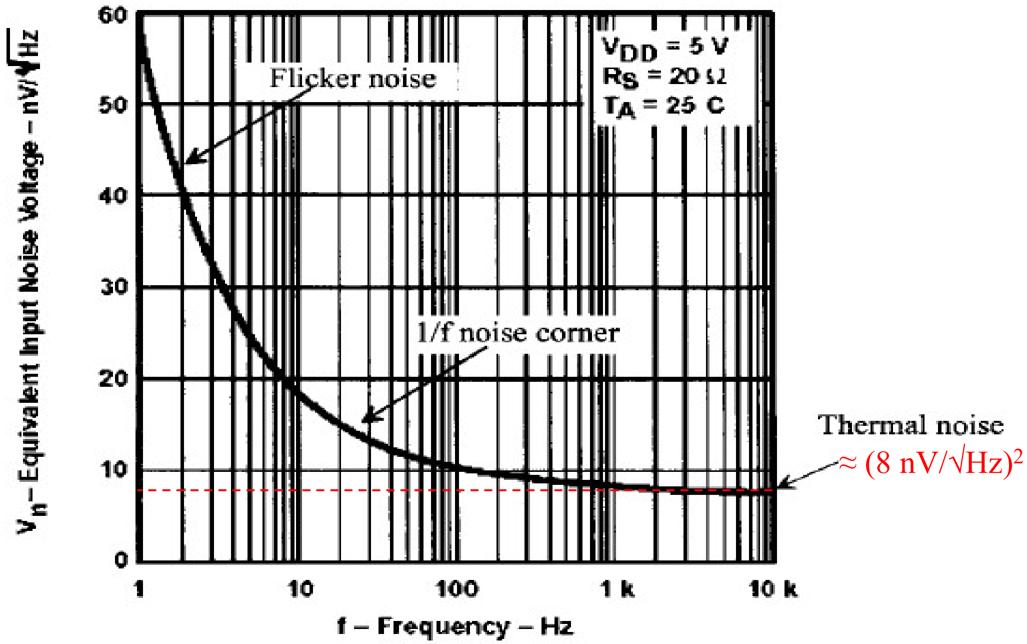


Figure 8.31 Input-referred noise for the TLC220x low-noise op-amp.

solution

- La fonction de transfert d'un AO en configuration suiveur est

$\underline{H}(\mathrm{j}2\pi f) = \frac{A_0}{1+j\frac{f}{f_{3dB}}}$ avec $A_0 = 1$ et $f_{3dB} = GBW/\,A_0 = 2$ MHz

- En négligeant le bruit 1/f, il reste que le bruit thermique qui d'après le graphe a une densité spectrale de B = (8 nV/√Hz)². On a donc:

$$\overline{v_{n,o}}^2 = \int_0^\infty \boldsymbol{B}.\,\left|\,\underline{\mathbf{H}}\,(\mathbf{j}\ 2\boldsymbol{\pi}\mathbf{f})\,\right|^2 \boldsymbol{df} = B\int_0^{f_{enbw}} A_0{}^2 df = \mathrm{B}.\,A_0{}^2\, f_{3dB}\,\frac{\pi}{2}$$

$$= (8\ 10^{-9})^2.\ 2\ 10^6.\ \frac{\pi}{2} = 2.10^{-10}\ \mathrm{V}^2 \qquad \text{et} \quad \sigma = \sqrt{\overline{v_{n,o}}^2} \approx 14\ \mu V$$

La valeur crête à crête maximale du bruit (dans 99.73 % des cas) est

$$v_{n,pp,max} \approx 6\sigma \ \approx 84\ \mu V$$